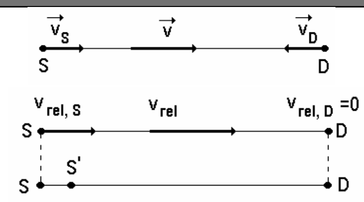
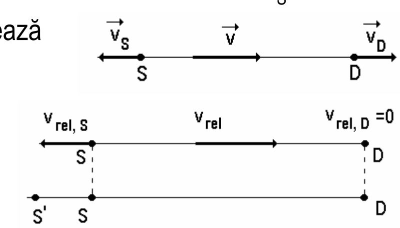
Nr.item	Soluție problema I.– *Cutremur şi ...valuri*		Punctaj
I.A.a	Oficiu	1,00p	**5 p**
	Pentru: distanța parcursă de unde de la sursă la primul receptor $S'R_1 = \left\{\delta^2 + a^2 - 2\delta \cdot a \cdot \sin\phi\right\}$	0,50p	
	timpul t_R de propagare pentru undă între punctele *S* şi *R* trecând prin reflexia din *A* $t_R = \dfrac{\left\{\delta^2 + a^2 - 2\delta \cdot a \cdot \sin\phi\right\}^{1/2}}{v}$	0,5p	
	$\begin{cases} \delta^2 = x \\ \delta \cdot \sin\phi = y \end{cases}$	0,25p	
	timpii de propagare pentru cei doi receptori plasați la distanțe egale, *a*, de locul exploziei test $\begin{cases} x + a^2 + 2y \cdot a - t_Q^2 \cdot v^2 = 0 \\ x + a^2 - 2y \cdot a - t_R^2 \cdot v^2 = 0 \end{cases}$	0,5p	
	expresia parametrului $x = \dfrac{1}{2}\left(-2a^2 + \left(t_Q^2 + t_R^2\right) \cdot v^2\right)$	0,25p	
	expresia parametrului $y = \dfrac{\left(t_Q^2 - t_R^2\right) \cdot v^2}{4a}$	0,25p	
	$\begin{cases} \delta^2 = 4p^2 = \dfrac{1}{2}\left(-2a^2 + \left(t_Q^2 + t_R^2\right) \cdot v^2\right) \\ p = \sqrt{\dfrac{1}{8}\left(-2a^2 + \left(t_Q^2 + t_R^2\right) \cdot v^2\right)} \end{cases}$	0,25p	
	$\sin\phi = \dfrac{\left(t_Q^2 - t_R^2\right) \cdot v^2}{8a \cdot p}$	0,25p	
	viteza de propagare a undelor seismice $v = \dfrac{a}{\Delta t} = 4000 m \cdot s^{-1}$	0,25p	
	rezultat final: $p = 100 m$	0,5p	
	$\sin\phi = \dfrac{1}{2}$; $\phi = 30^0$	0,50p	
I.B.a	Pentru: energia cinetică ataşată porțiunii de coardă $\Delta K = \dfrac{1}{2}\mu \cdot \Delta x \cdot \left(\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2$	0,50p	**3p**
	alungirea coardei deformate $\Delta l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} - \Delta x = \Delta x\left[\sqrt{1 + \left(\dfrac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} - 1\right]$	0,25p	

	valori mici ale deformării $\Delta l = \Delta x\left[\sqrt{1+\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2}-1\right] \cong \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2 \Delta x$	0,25p	
	energia potențială ataşată deformării $\Delta U = F \cdot \Delta l$, F fiind forța de deformare a resortului	0,25p	
	energia pe unitate de lungime $\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{2}\mu \cdot \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2 + \frac{1}{2}F\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2$	0,25p	
	$\begin{cases} \frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{2}\mu \cdot (A\omega\cos(\omega t - kx))^2 + \frac{1}{2}F(Ak\cos(\omega t - kx))^2 \\ \frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{1}{2}A^2\cos^2(\omega t - kx)\cdot\left[\mu\cdot\omega^2 + F\cdot k^2\right] \end{cases}$ v	0,50p	
	viteza de propagare a undelor transversale în coarda elastică $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$	0,25p	
	densitatea de energie pentru undă $\frac{\Delta E}{\Delta x} = A^2 \cdot \mu \cdot \omega^2 \cos^2(\omega t - kx)$	0,25p	
	puterea instantanee transportată de undă $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta x}\cdot v = A^2 \cdot \mu \cdot \omega^2 \cdot v \cdot \cos^2(\omega t - kx)$	0,25p	
	rezultat final: $P_{max\,im} = A^2 \cdot \mu \cdot \omega^2 \cdot v$	0,25p	
I.B.b	Pentru: puterea valului $P_{val} = \aleph \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot v$	0,25p	**1p**
	$P_{val} = \aleph \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{g \cdot h}$	0,25p	
	$A^2 \cdot \sqrt{h} = const$	0,25p	
	rezultat final: $A \sim \frac{1}{\sqrt[4]{h}}$	0,25p	
I.B.c	Pentru: $A_{l\,arg}^4 \cdot h_{l\,arg} = A_{coasta}^4 \cdot h_{coasta}$	0,25p	**1p**
	$A_{coasta} = A_{l\,arg}\cdot\sqrt[4]{\frac{h_{l\,arg}}{h_{coasta}}}$	0,25p	
	rezultat final: $A_{coasta} = 0{,}30 \cdot \sqrt[4]{\frac{4000}{10}}m \cong 1{,}34\,m$	0,25p	
	Distanța dintre creasta valului şi valea sa $2A_{coasta} \cong 2{,}68\,m$	0,25p	
	TOTAL PROBLEMA I		**10p**

Nr.item	Soluție problema II.– *Fiord şi .....mărgică*		Punctaj
II.A	Oficiu	1,00p	5P
	Pentru: Centrul de greutate al apei deplasate , „spre dreapta” $\begin{cases} x_{dreapta} = \dfrac{\ell+\ell+\ell/2}{3} = \dfrac{5\ell}{6} \\ y_{dreapta} = \dfrac{h+h+(h+d)}{3} = h+\dfrac{d}{3} \end{cases}$	0,25p	
	Masa apei deplasate $m = \dfrac{(\ell/2)\cdot d\cdot L}{2}\rho = \dfrac{\ell\cdot d\cdot L\cdot\rho}{4}$	0,25p	
	Masa totală a apei $m_{fix} + m = \ell\cdot L\cdot h\cdot\rho$	0,25p	
	Deplasarea centrului de masă în cursul clătinării $\begin{cases} \Delta x = \dfrac{d\cdot\ell}{6\cdot h} \\ \Delta y = \dfrac{d^2}{6\cdot h} \end{cases}$	0,25p	
	$\Delta\delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \dfrac{d\cdot\ell}{6h}\sqrt{1+\left(\dfrac{d}{\ell}\right)^2} \approx \dfrac{d\cdot\ell}{6h}$	0,25p	
	energia potențială gravifică a apei „care se leagănă $E_{potențoten} = \dfrac{L\cdot\ell\cdot\rho\cdot g\cdot d^2}{6}$	0,5p	
	$E_{potențoten} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{12L\rho gh^2}{\ell}\right)(\Delta\delta)^2$	0,25p	
	Constanta elastică a mişcării $K = \dfrac{12L\rho gh^2}{\ell} = \dfrac{12L\ell\rho gh^2}{\ell^2} = \dfrac{12hg}{\ell^2}(m+m_{fix})$	0,5p	
	Pulsația oscilației $\omega^2 = k/m$	0,25p	
	$\omega = \dfrac{2}{\ell}\sqrt{3\cdot g\cdot h}$	0,25p	
	Perioada $T = \dfrac{\pi\cdot\ell}{\sqrt{3g\cdot h}}$	0,5p	
	rezultat final: $T = 1000\pi\, s \approx 3140\, s \approx 52\, minute$	0,5p	

II.B	Pentru: ecuația traiectoriei $\frac{x^2}{\ell^2}+\frac{y^2}{\left(\ell^2-d^2\right)}=1$ $y=-\sqrt{\ell^2-d^2}\sqrt{1-\frac{x^2}{\ell^2}}$ expresia energiei potențiale gravitaționale a mărgelei $U=m\cdot g\cdot y=-m\cdot g\sqrt{\ell^2-d^2}\sqrt{1-\frac{x^2}{\ell^2}}$ deplasări mici $x<<\ell$ $\begin{cases} U=m\cdot g\cdot y=-m\cdot g\sqrt{\ell^2-d^2}\left(1-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\ell^2}\right) \\ U=-m\cdot g\sqrt{\ell^2-d^2}+\frac{m\cdot g\sqrt{\ell^2-d^2}}{2\ell^2}\cdot x^2 \\ U=U_0+\frac{k}{2}\cdot x^2 \end{cases}$ constantă elastică $k=\frac{m\cdot g\sqrt{\ell^2-d^2}}{\ell^2}$ expresia energiei potențiale a mărgelei, similară celei scrise pentru un oscilator armonic $U-U_0=\frac{1}{2}k\cdot x^2=\frac{1}{2}m\cdot\omega^2\cdot x^2$ pulsația oscilației mărgelei $\omega=\sqrt{\frac{g\sqrt{\ell^2-d^2}}{\ell^2}}$ **rezultat final:** perioada oscilației $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi\cdot\ell}{\sqrt{g\sqrt{\ell^2-d^2}}}$	0,5p 0,5p 1p 0,5p 0,5p 0,5p 0,5p 1p	**5P**
	TOTAL PROBLEMA II		**10P**

Prof. Drd. Delia Davidescu,, Prof. Dr. Adrian Dafinei

Nr.item	Soluție problema III.– *Lilieci şi. . . . . carotidă*		Punctaj
III.A.a	Pentru: **Cazul 1**- sursa şi detectorul se apropie 	0,5p	3p
	momentul de timp la care ajunge o vibrație la detectorul D $t_1 = t + \dfrac{SD}{v + v_D}$		
	$SS' = v_{rel\,S} \cdot T = (v_S + v_D) \cdot T$	0,25p	
	momentul de timp la care ajunge a următoarea vibrație la detectorul D $t_2 = t + T + \dfrac{S'D}{v + v_D}$	0,25p	
	perioada vibrațiilor recepționate de detector $T'_1 = t_2 - t_1$ $T'_1 = T \cdot \dfrac{v - v_S}{v + v_D}$	0,25p	
	frecvența vibrațiilor recepționate de către detector $\nu'_1 = \nu \cdot \dfrac{v + v_D}{v - v_S}$	0,25p	
	Cazul 2 - sursa şi detectorul se depărtează 	0,25p	
	momentul de timp la care ajunge o vibrație la detectorul D $t'_1 = t + \dfrac{SD}{v - v_D}$		
	momentul de timp la care ajunge a următoarea vibrație la detectorul D $t'_2 = t + T + \dfrac{S'D}{v - v_D}$	0,25p	
	perioada vibrațiilor recepționate de detector $T'_2 = t'_2 - t'_1 = T + \dfrac{S'D - SD}{v - v_D}$	0,25p	
	$SS' = v'_{rel\,S} \cdot T = (v_S + v_D) \cdot T$	0,25p	
	frecvența vibrațiilor recepționate de către detector $\nu'_2 = \nu \cdot \dfrac{v - v_D}{v + v_S}$	0,25p	
	rezultat final: $\nu'_{1,2} = \nu \cdot \dfrac{v \pm v_D}{v \mp v_S}$	0,25p	

III.A.b	Pentru: $\nu'_{ecou,liliac} = \nu_{fluture} \cdot \frac{v + v_{liliac}}{v - v_{fluture}}$ $\nu_{fluture} = \nu'_{ecou,liliac} \cdot \frac{v - v_{fluture}}{v + v_{liliac}}$ **rezultat final:** $\nu_{fluture} \cong 79\,kHz$	0,4p 0,4p 0,2 p	**1p**
III.A.c	Pentru: $\nu_{fluture} = \nu_{emis,\,liliac} \cdot \frac{v + v_{fluture}}{v - v_{liliac}}$ $\nu_{emis,\,liliac} = \nu_{fluture} \cdot \frac{v - v_{liliac}}{v + v_{fluture}}$ **rezultat final:** $\nu_{emis,\,liliac} \cong 75\,kHz$	0,4 p 0,4 p 0,2p	**1p**
III.B.a	Pentru: frecvența ultrasunetelor reflectate de către „particulele” în mişcare din compoziția sângelui $\nu' = \nu \frac{v_{sange} + v_{ultrasunet}}{v_{ultrasunet}}$ Frecvența ultrasunetelor recepționate de detectorului ecografului $\nu'' = \nu' \frac{v_{ultrasunet}}{v_{ultrasunet} - v_{sange}}$ $\nu'' = \nu \frac{v_{ultrasunet} + v_{sange}}{v_{ultrasunet} - v_{sange}}$ frecvenței bătăilor $\Delta\nu = \nu \frac{2v_{sange}}{v_{ultrasunet} - v_{sange}}$ viteza de curgere a sângelui prin secțiunea transversală S a carotidei $v = \Delta\nu \frac{v_{ultrasunet}}{2\nu + \Delta\nu}$ **rezultat final:** $v \cong 40\,cm/s$	0,5p 0,5p 0,5p 0,5p 0,5p 0,5p	**3p**
III.B.b	Pentru: viteza de curgere a sângelui în porțiunea din artera carotidă unde apare o îngroşare a peretelui arterei $v' = \Delta\nu' \cdot \frac{v_{ultrasunet}}{2\nu + \Delta\nu'}$ ecuația de continuitate $S \cdot v = S' \cdot v'$ gradul de obturare a carotidei $\eta = 1 - \frac{S'}{S} = 1 - \frac{\Delta\nu \cdot (2\nu + \Delta\nu')}{\Delta\nu' \cdot (2\nu + \Delta\nu)}$ **rezultat final:** $\eta \cong 20\%$ Oficiu	0,25p 0,25p 0,25p 0,25p 1 p	**2p**
	TOTAL PROBLEMA III		**10p**

Prof. Drd. Delia Davidescu,, Prof. Dr. Adrian Dafinei